Taller de Nivelación 7/7
Tematica. Solución de Desigualdades

Instrucciones: Este taller se encuentra dividido en tres secciones . En la parte A encontrara conceptos básicos y propiedades a tener en cuenta solución de desigualdades. En la parte B existen desigduldades resueltas para que analice los diferentes tipos de desigualdades y procesos de desarrollo . y por úlñtimo en la parte C se proponen desigualdades para su desarrollo.

PARTE A Conceptos Básicos

A.1. *Desigualdad (ó Inecuación)*

Proposición con variables. que a diferencia de una ecuación (que utiliza el signo igusl "=") utiliza algunos de los signos $\leq$, $<$, $\geq$, $>$ .Ejemplo $4x - 3 \leq 5$

A.2. *Resolver una desigualdad*

Consiste en determinar el intervalo o intervalos que satisfacen la desigualdad.

A.3. *Propiedades de las desigualdades.*

Sea A, B, C números reales:

1. Si $A \leq B \iff A + C \leq B + C$
2. Si $A \leq B \iff A - C \leq B - C$
3. Si $C > 0$ entonces $A \leq B \iff AC \leq BC$
4. Si $C < 0$ entonces $A \leq B \iff AC \geq BC$
5. Si $0 < A \leq B \iff \frac{1}{A} \geq \frac{1}{B} > 0$
6. Si $A \leq B$ y $C \leq D$,entonces $A + C \leq B + D$

A.4. *Propiedades de las desigualdades con valor absoluto*

1. $|x| \leq c \iff -c \leq x \leq c$
2. $|x| \geq c \iff x \leq -c \quad o \quad x \geq c$

PARTE B Desigualdades Resueltas.

B.1. *Desigualdades.Lineales*

Resuelva la desigualdad $3x > 9x + 4$ y exprese la solución en forma de intervalo

$3x > 9x + 4$ Restar $9x$

$3x - 9x > 9x - 9x + 4$

$-6x < 4$ Dividir por $\frac{-1}{6}$ (como $\frac{-1}{6} < 0$, la desigualdad se invierte)

$\left(\frac{-1}{6}\right)(-6x) > \left(\frac{-1}{6}\right)(4)$; $\quad x > -\frac{2}{3}$ **C:S:**$\left(-\frac{2}{3}, \infty\right)$

B.2. *Desigualdad.Cuadrática*

Resuelva la desigualdad $x^2 - 5x + 6 \leq 0$ y exprese la solución en forma de intervalo

a) $x^2 - 6x + 8 \leq 0$ factorizar

$(x - 2)\ (x - 4) \leq 0$

b) La ecuación $(x - 2)\ (x - 4) = 0$, tiene raices 2 y 4

c) Estas raices tomadas como números críticos nos permiten definir los **intervalos de prueba**

$$(-\infty, 2) \qquad (2, 4) \qquad (4, \infty)$$

d)Dentro de los intervalos de prueba, se toman **valores de prueba,** que permiten definir el signo de cada factor., Tomamos a 1 , 3 y 5 como valores de prueba.

e) Intervalos sobre la recta real que satisfacen la desigualdad

Intervalo de prueba	$(-\infty, 2)$	$(2, 4)$	$(4, \infty)$
Valores de prueba	1	3	5
Signo de $(x - 2)$	$-$	$+$	$+$
Signo de $(x - 4)$	$-$	$-$	$+$
$(x - 2)\ (x - 4)$	$+$	$-$	$+$

El intervalo que satisface la desigualdad es $[2, 4]$ ó

$$CS = \{x \in \mathbb{R} : 2 \leq x \leq 4\}$$

B.3. *Desigualdad.que incluye cociente*

Resuelva la desigualdad $\frac{4x}{2x+3} > 3$ y exprese la solución en forma de intervalo

a) $\frac{4x}{2x+3} > 3$, Restar 3

$\frac{4x}{2x+3}-3>3\ -3;$ común denominador

$\frac{4x-3(2x+3)}{2x+3}>0;$ $\frac{4x-6x-9}{2x+3}>0,$ $\frac{-2x-9}{2x+3}>0$

b) números criticos $-2x-9=0$; $x=\frac{-9}{2}$

$2x+3=0,$ $x=\frac{-3}{2}$

c) Intervalos de prueba $\left(-\infty,\frac{-9}{2}\right),\ \left(\frac{-9}{2},\frac{-3}{2}\right),\left(\frac{-3}{2},\infty\right)$

d) Valores de prueba $-2,$ $-1,$ 1

e) Intervalos sobre la recta real que satisfacen la desigualdad

Intervalo de prueba	$\left(-\infty,\frac{-9}{2}\right)$	$\left(\frac{-9}{2},\frac{-3}{2}\right)$	$\left(\frac{-3}{2},\infty\right)$
Valores de prueba	-5	-2	1
Signo de $-2x-9$	$+$	$-$	$-$
Signo de $2x+3$	$-$	$-$	$+$
$\frac{-2x}{2x+3}$	$-$	$+$	$-$

El intervalo que satisface la desigualdad es $\left[\frac{-9}{2},\frac{-3}{2}\right)$ ó

$$CS=\left\{x\in\mathbb{R}:\frac{-9}{2}\leq x<\frac{-3}{2}\right\}$$

B.4. *Desigualdad con tres factores*

Resuelva la desigualdad $\frac{x}{x+1}>3x,$ y exprese la solución en forma de intervalo

a) $\frac{x}{x+1}>3x$ Restar $3x$

$\frac{x}{x+1}-3x>3x-3x$

$\frac{x-3x(x+1)}{x+1}>0;$ $\frac{x-3x^2-3x}{x+1}>0;$ $\frac{-3x^2-2x}{x+1}>0;$ $\frac{-x(3x+2)}{x+1}>0$

b) Números criticos $-x=0,$ $x=0$

$3x+2=0;$ $x=\frac{-2}{3}$

$x+1=0,$ $x=-1$

c) Intervalos de prueba $(-\infty,-1),\left(-1,\frac{-2}{3}\right)\left(\frac{-2}{3},0\right),(0,\infty)$

d) Valores de prueba $-2,$ $\frac{-3}{4},$ $\frac{-1}{2},$ 1

e)Intervalos sobre la recta real que satisfacen la desigualdad

Intervalo de prueba	$(-\infty,-1)$	$\left(-1,\frac{-2}{3}\right)$	$\left(\frac{-2}{3},0\right)$	$(0,\infty)$
Valores de prueba	-2	$\frac{-3}{4}$	$\frac{-1}{2}$	1
Signo de $-x$	$+$	$+$	$+$	$-$
Signo de $(3x+2)$	$-$	$-$	$+$	$+$
Signo de $x+1$	$-$	$+$	$+$	$+$
$\frac{-x(3x+2)}{x+1}$	$+$	$-$	$+$	$-$

El intervalo que satisface la desigualdad es $(-\infty,-1)\cup\left[\frac{-2}{3},0\right]$ó

$$CS=\left\{x\in\mathbb{R}:x\geq-1\quad\vee\ \frac{-2}{3}\leq x\leq 0\right\}$$

B.5. *Desigualdad que incluye valor absoluto*

Ejemplo 1 Resuelva la desigualdad $|5x-2|<6$ y exprese la solución en forma de intervalo

De acuerdo a la primera propiedad de valor absoluto, la desigualdad $|5x-2|<6$, es equivalente a:

$-6<5x-2<6$ sumar 2

$-6+2<5x-2+2<6+2$

$-4<5x<8$ multiplicar por $\frac{1}{5}$

$-4\left(\frac{1}{5}\right)<5\left(\frac{1}{5}\right)x<8\left(\frac{1}{5}\right);$ $\frac{-4}{5}<x<\frac{8}{5}$

El intervalo que satisface la desigualdad es $\left(\frac{-4}{5},\frac{8}{5}\right)$ ó

$$CS=\left\{x\in\mathbb{R}:\frac{-4}{5}<x<\frac{8}{5}\right\}$$

Ejemplo 2 Resuelva la desigualdad $|3x+4|\geq16$ y exprese la solución en forma de intervalo

De acuerdo a la segunda propiedad de valor absoluto, la desigualdad $|3x+4|\geq16$ es equivalente a:

$3x+4\leq-16$ o $3x+4\geq16$ Restar 4

$3x+4-4\leq-16-4$ *o* $3x+4-4\geq16\ -4$ multiplicar por $\frac{1}{3}$

$3\left(\frac{1}{3}\right)x \leq -20\left(\frac{1}{3}\right)$ $\quad o \quad$ $3\left(\frac{1}{3}\right)x \geq 12\ \left(\frac{1}{3}\right)$

$x \leq -\frac{20}{3}$ $\quad o \quad$ $x \geq 4$

El intervalo que satisface la desigualdad es $\left(-\infty, -\frac{20}{3}\right] \cup [4, \infty)$ ó

$CS = \left\{x \in \mathbb{R} : x \leq -\frac{20}{3} \quad \vee \ x \geq 4\right\}$

PARTE C

Resolver cada una de las desigualdades y expresar la solución en forma de intervalo

1. $3x + 11 < 5$
2. $1 - x \leq 2$
3. $4 - 3x \leq -(1 + 8x)$
4. $x^2 - 3x - 18 \leq 0$
5. $x^2 > 3(x + 6)$
6. $x^2 + 2x > 3$
7. $x\left(x^2 - 4\right) \geq 0$
8. $\frac{4x}{2x+3} > 2$
9. $\frac{2x+1}{x-5} \leq 3$
10. $\frac{1}{1-x} \leq \frac{3}{x}$
11. $|x| \quad <2$
12. $|x - 5| \leq 2$
13. $\frac{2}{3} \leq \frac{1}{x-2} < 1$

14 $1 < 3x + 4 < 16$

15. $\frac{1}{x} \ < 4$
16. $|2x - 3| \geq 1$