

## Taller de Nivelación 6/7

### Temática. Ecuaciones de Segundo Grado

**Instrucciones:** Este taller se encuentra dividido en dos secciones. En la parte A encontrará algunos modelos resueltos para que se familiarice con el proceso de solución y con la aplicación de la fórmula cuadrática. En la Parte B se proponen ejercicios para su desarrollo y solución.

#### PARTE A Raíces de una ecuación cuadrática.

##### A.1. Formula cuadrática

Las raíces de una ecuación cuadrática  $ax^2 + bx + c = 0$ ; donde  $a \neq 0$ , son  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

**Ejemplo 1** Determine todas las soluciones de la ecuación:  $3x^2 - 7x + 2 = 0$

aquí  $a = 3$ ,  $b = -7$ ,  $c = 2$  luego  $x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4(3)(2)}}{2(3)}$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 24}}{6};$$

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{25}}{6}$$

$$x_1 = \frac{7+5}{6} = 2, \quad x_2 = \frac{7-5}{6} = \frac{1}{3}$$

**Ejemplo 2** Determine todas las soluciones de la ecuación  $(x+4)^2 = 2x(5x-1) - 7(x-2)$

Desarrollamos para llevarlo a la forma  $ax^2 + bx + c = 0$

Entonces  $x^2 + 8x + 16 = 10x^2 - 2x - 7x + 14$ :

$x^2 + 8x + 16 = 10x^2 - 2x - 7x + 14$  Transformando términos

$x^2 + 8x + 16 - 10x^2 + 2x + 7x - 14 = 0$  Resolviendo  $17x - 9x^2 + 2 = 0$

$-9x^2 + 17x + 2 = 0$  ó  $9x^2 - 17x - 2 = 0$

Aplicando la fórmula cuadrática  $x = \frac{-(-17) \pm \sqrt{(-17)^2 - 4(9)(-2)}}{2(9)}$ ;  $x = \frac{17 \pm \sqrt{289 + 72}}{18}$

$$x_1 = \frac{17 + \sqrt{361}}{18} = \frac{17 + 19}{18} = \frac{36}{18} = 2;$$

$$x_2 = \frac{17 - \sqrt{361}}{18} = \frac{17 - 19}{18} = \frac{-2}{18} = \frac{-1}{9}$$

**Ejemplo 3** Determine todas las soluciones de la ecuación  $\frac{1}{3x} = \frac{7}{5x^2} - \frac{11}{60}$

El mcm de los denominadores es  $60x^2$ :  $\frac{20x}{60x^2} = \frac{84}{60x^2} - \frac{11x^2}{60x^2}$

eliminando el denominador común  $20x = 84 - 11x^2$ ;

Organizando  $11x^2 + 20x - 84 = 0$

Aplicando la fórmula cuadrática  $x = \frac{-20 \pm \sqrt{20^2 - 4(11)(-84)}}{2(11)}$

$$x_1 = 2 \quad x_2 = -3\frac{9}{11}$$

##### A.2. Factorizando la ecuación

**Ejemplo 4** Determine todas las soluciones de la ecuación  $6x - x^2 - 9 = 0$

Ordenando y cambiando signos  $x^2 - 6x + 9 = 0$

Factorizando  $(x-3)(x-3) = 0$

Para el primer factor  $x-3 = 0$ ,  $x_1 = 3$

Para el segundo factor  $x-3 = 0$ ,  $x_2 = 3$

Las raíces son iguales

**Ejemplo 5** Determine todas las soluciones de la ecuación  $x^2 + 5x - 24 = 0$

Factorizando  $(x+8)(x-3) = 0$  Para el primer factor  $x+8 = 0$ ,  $x_1 = -8$

Para el segundo factor  $x-3 = 0$ ,  $x_2 = 3$

**Ejemplo 6** Determine todas las soluciones de la ecuación  $2x^2 - 4ax + bx = 2ab$

Organizando para factorizar  $2x^2 - 4ax + bx - 2ab = 0$

Factor común por agrupación  $2x(x-2a) + b(x-2a) = 0$ ;  $(x-2a)(2x+b) = 0$

$$x_1 = 2a, \quad x_2 = -\frac{b}{2}$$

##### A.3. Casos Especiales

**Ejemplo 7**  $\sqrt{4x-3} - \sqrt{x-2} = \sqrt{3x-5}$

Elevando al cuadrado ambos miembros de la igualdad  $(\sqrt{4x-3} - \sqrt{x-2})^2 = (\sqrt{3x-5})^2$

Resolviendo  $4x-3-2(\sqrt{4x-3})(\sqrt{x-2})+x-2=3x-5$

Aislado el radical y resolviendo  $4x-3+x-2-3x+5=2\sqrt{(4x-3)(x-2)}$

$$2x = 2\sqrt{4x^2 - 11x + 6}; \quad x = \sqrt{4x^2 - 11x + 6};$$

Elevando al cuadrado  $x^2 = 4x^2 - 11x + 6$ ;  $3x^2 - 11x + 6 = 0$

Factorizando  $(3x-2)(x-3) = 0$ ;  $x_1 = \frac{2}{3}$ ,  $x_2 = 3$

Verificando las raíces  $x_1 = 3$ ;  $\sqrt{4(3) - 3} - \sqrt{3 - 2} = \sqrt{3(3) - 5}$ , si satisface  
 $x_1 = \frac{2}{3}$ ;  $\sqrt{4(\frac{2}{3}) - 3} - \sqrt{\frac{2}{3} - 2} = \sqrt{3(\frac{2}{3}) - 5}$  no satisface

### PARTE B

Aplice formula general o factorice a conveniencia para encontrar el conjunto solución de las ecuaciones

1.  $8x^2 - 2x - 3 = 0$
2.  $12x - 4 - 9x^2 = 0$
3.  $9x + 1 = 3(x^2 - 5) - (x - 3)(x + 2)$
4.  $(5x - 2)^2 - (3x + 1)^2 - x^2 - 60 = 0$
5.  $5x(x - 1) - 2(2x^2 - 7x) = -8$
6.  $x^2 - 2x - 15 = 0$
7.  $4x - \frac{13}{x} = \frac{3}{2}$
8.  $\frac{8x}{3x+5} + \frac{5x-1}{x+1} = 3$
9.  $6x^2 = 10 - 11x$
10.  $\frac{6}{x-4} - \frac{4}{x} = \frac{5}{12}$
11.  $x^2 + ax = 20a^2$
12.  $x^2 - a^2 - bx - ab = 0$
13.  $(x + 5)(x - 5) = -7$
14.  $2x - 3 - \frac{x^2+1}{x-2} = -7$
15.  $2\sqrt{x} - \sqrt{x+5} = 1$
16.  $\sqrt{x} + \frac{4}{\sqrt{x}} = 5$